令和6年 ナノマテリアル・ナノデバイスデザイン学

「磁性理論と解析」

前半:絶縁体と局在磁性

兵庫県立大学 大学院理学研究科 物質科学専攻 応用数学分野(講座) 草部浩一

目次

- 前半:絶縁体と局在磁性
 - 局在磁性のもととなる電子相関の紹介 - 有効磁気相互作用

- ・後半:金属と遍歴磁性
 - 金属状態の表現としての密度汎関数理論の紹介 - 金属磁性体の一般的取り扱いに向けて

常磁性共鳴にみる強相関量子物理

電子スピン共鳴

- 不対電子とその集団
- 外部磁場に対する応答
- ・ 典型的にゼーマン効果
 正常ゼーマン効果
 異常ゼーマン効果



不対電子の形成

- 様々な物質中で発生
 - 気体: 酸素分子
 - 液体: 液体酸素、他
 - 非磁性体: 金属、常磁性
 - 不純物: 半導体不純物
 - 磁性体: 強磁性、反強磁性



U, Jで表現される多体効果

2つの極限でのスピン状態

遍歴描像(バンド状態)

「無相関」独立粒子描像

局在描像(エンタングルド状態)

「縺れた量子状態」強相関描像



磁気モーメントが現れないS=0状態も様々! 特に局在状態が重要! 強相関=エンタングルド状態(「量子情報・量子計算」のもと)



■ 一つの軌道上に電子が遷移しようとすると、クーロン相互作用による反撥が"二重占有"を阻止する。



典型的には、ハーフフィルド (各軌道が開設・整数占有状態であるとき) がモット型絶縁体状態を示す。



エネルギーギャップが形成されて、 ー粒子状態密度が分解される。 (ハバード近似の描像に基づく概念図)

多バンドハバード模型



2重占有が生じない状態の表現法

1. 状態ベクトルを射影演算子によって与える方法(変分法)

Gutzwiller projection operator (グッツヴィラーの射影演算子)

 $P_G = \prod_{i=a,b} \left(1 - \overline{g} n_{i\uparrow} n_{i\downarrow} \right), \qquad \overline{g} = 1 - g, 0 \le g \le 1$

2. 有効ハミルトニアンを用いる方法(繰り込み、ダウンフォールディングの方法)



モット金属・絶縁体転移



Cf: Imada, Fujimori & Tokura, RMP (1998).

- モット絶縁体化したとき、
- 1. 電荷励起にギャップが開くと同時に、





新しい密度汎関数法の効果



さらに我々の"アップコンバージョン模型"は自己無撞着計算法として

超交換相互作用、超ペア散乱、分散力、などの超過程も取り扱える。

量子相関としての遮蔽相互作用





- 制限RPA法 (constrained RPA, cRPA)
- GW-BSE法

が近似計算法として与えられる。

Uの概算評価

制限RPA (cRPA)の方法による有効遮蔽相互作用の評価 Ref. F. Aryasetiawan, et al., Phys Rev B 70, 195104 (2004).

$$W = [1 - vP]^{-1}v = [1 - vP_r - vP_d]^{-1}v$$

= $[(1 - vP_r)\{1 - (1 - vP_r)^{-1}vP_d\}]^{-1}v$
= $\{1 - (1 - vP_r)^{-1}vP_d\}^{-1}(1 - vP_r)^{-1}v$
= $[1 - W_rP_d]^{-1}W_r$,

 $W_r = [1 - vP_r]^{-1}v.$ この有効遮蔽相互作用をUとして採用してもよい。

	Hg1201	T11201	CaCuO ₂
$U_{\rm bare}$ [eV]	12.2783	13.7685	13.7885
U_{screened} [eV]	2.9462	1.7088	3.0397

多体摂動論による導出方法も複数ある。

$$\bar{W}_r(\omega) = [1 - v(P_{(c,d)}(\omega) + P_{(d,v)}(\omega))]^{-1}v.$$

Ref. S. Teranishi, et al., J. Phys. Soc. Jpn., 87, 114701 (2018).

トランスファーの物質依存性

Material	U _{bare}	U _{screened}	U _{eff} /t
Si	> 10 eV	> 1 eV	~ 0.1
Al	> 10 eV	> 1 eV	~ 0.1
Cu oxides	> 10 eV	1 ~ 4 eV	2~6

- 軌道上の有効遮蔽相互作用強度(相関パラメータ) U_{eff} はある大きさで存在。
- バンド幅の差異がU_{eff} /t を決めている。
- 物質依存性はトランスファー t (バンド幅)に依っている。

絶縁性状態だけでなく、金属状態で U_{eff}/t が大きくなる系が知られている。

- ・ 重い電子系 (Heavy Fermion system)
- 銅酸化物高温超伝導体



Dipole interaction

Direct exchange : (Cf. Heitler-London theory)

Kinetic exchange : (Cf. the Hubbard model)

Super exchange

Double exchange

RKKY interaction

Anisotropic exchange interaction

Dzyaloshinsky-Moriya interaction

拡張ハバード模型と磁性相互作用



超交換相互作用

 ペロブスカイト型遷移金属酸化物結晶の、M-O-M (Mは遷移 金属元素、Oは酸素)などの構造に典型的に見られる、非磁 性元素を介したM上のスピンモーメント間の相互作用の総称.



<u>d-p模型とハバード模型</u>

実際の電子系は複数の軌道によって記述されるが、Wannier軌道の取り方によって 現れる模型が異なることがあり得る。

縮退ハバード模型:

d電子のみが動く!



d-軌道のバンドのみからWannier軌道を 構成すると、酸素の軌道を含んだ局在 軌道が出来るが、遷移金属上のWannier 軌道のみが現れる模型となる。 d-p模型:



酸素軌道のバンドも考慮した 多バンド系を考慮すると、遷移 金属と酸素のそれぞれにWannier 軌道をもつ模型が現れる。

The Kanamori-Goodenough rule

- OからMへの電子移動は非直交軌道間で起こる。
- d軌道とp軌道間の交換積分の符合は、
 - -2軌道が直交していれば直接交換により強磁性 的
 - -2軌道が直交していなければ反強磁性的
- d軌道上の占有は、結晶場分裂とHund規則
 によりスピン状態が決定される。

この規則により、個々の例に対して超交換相互作用の符合が決定される。

超交換相互作用導出のポイント



超交換相互作用



Antiferromagnetic exchange interaction

縮退ハバード模型によるAndersonによる統一的表現におけるもの.

超交換の解釈について

Sr²⁺Mn⁴⁺O²⁻₃: Mn⁴⁺(t(3d)³

反強磁性 超交換相互作用

Fang, Solovyev & Terakura, PRL 84 (2000) 3169.

G-typeの反強性状態が発生

- : Kanamori-Goodenough則による考察
- : GGAによる計算結果、を比較しよう。

C-AF解に関する考察

GGAによる二重交換相互作用 :金属相での相互作用

GGA解 (x=1の点を含む) z軸方向金属、面内絶縁体

令和6年 ナノマテリアル・ナノデバイスデザイン学

「磁性理論と解析」

後半:金属と遍歴磁性

兵庫県立大学 大学院理学研究科 物質科学専攻 応用数学分野(講座) 草部浩一

バンド理論

バンド理論による磁性状態

多粒子状態の波動関数

固体中の波動関数を考えると、下図のようにスレータ積によって表現され る状態を多数組み合わせて正しい解が書かれることが分かる。

このような解が現れることは、摂動論の議論からすると容易に理解できる。実際、2次摂動は基底状態エネルギーを必ず下げる働きをする。

たとえ、出発点をハートレーフォック近似にとっても、LDA近似にとっても、同様の効果が期待され、真の解は多配置型波動関数で表される。

ハートレー・フォック近似

• $\langle \hat{T} + \hat{v}_{eff} \rangle$ を最小化する波動関数のうち、「単一スレータ行列式」で書け るものを見つけることを考える。

The lowest state minimizing energy of $\langle \hat{T} + \hat{v}_{eff} \rangle$

ここで決める必要があるのは、

- 有効ポテンシャル v_{eff}
- 最適化波動関数

$$\begin{aligned} x_{i} &= \left(\mathbf{r}_{i}, \sigma_{i}\right) \\ \Psi &= \frac{1}{\sqrt{N!}} \begin{vmatrix} \phi_{1}(x_{1}) & \phi_{1}(x_{2}) & \cdots & \phi_{1}(x_{N}) \\ \phi_{2}(x_{1}) & \phi_{2}(x_{2}) & \cdots & \phi_{2}(x_{N}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{N}(x_{1}) & \phi_{N}(x_{2}) & \cdots & \phi_{N}(x_{N}) \end{vmatrix}$$

ただし、この状態から全スピンS_{tot}の固有状態 を作り出すときにはもう一工夫が必要である。

ハートレー-フォック近似の変分空間

 ハートレー-フォック近似では、ハートレー-フォック方程式の 解が与える単ースレータ積で表現される範囲で外場v(r)を 受けている電子系のエネルギー最適化を行った。

 $E[\varphi] = E_{kin}[\varphi] + E_{Hartree}[\varphi] + E_{Fock}[\varphi] + \int dr^3 v(\mathbf{r})n(\mathbf{r})$

この式を、「外場v(r)が最適なn(r)を決めている」、とみると、 秩序変数n(r)として最適なものを波動関数を単一スレータ積 に限定した範囲で探そうとしている、と見なすこともできる。

最適化をかける空間は、本来 1. 多体波動関数の空間全て 2. 適切な有効一電子模型の与える解の空間 であってよい。

密度汎関数法のストラテジー

- 密度(秩序変数)に対する外場の一意性証明
 Hohenberg & Kohn (1964)
- 探索される密度空間の完全性証明 Harriman (1980), Lieb (1982)
- ユニバーサル・エネルギー汎関数の存在証明
 Lieb (1982)

電子系の最適化問題は、 密度を変数とした変分法に置き換えられる。

Hohenberg & Kohn (1964)

密度汎関数法(導入)

- 密度汎関数理論により一粒子密度 n(r) が多粒子波 動関数 Φ(r₁,σ₁,r₂, σ₂,r₃, σ₃,··) に代わり変量となる。
- 密度 n(r) という秩序変数の導入により、
 - もとのCoulomb相互作用する多体系
 - 有効場中の相互作用するFermion系
 - が同一視され、後者の有効多体方程式に至る。

状態密度の比較

Feは非磁性状態で大きな状態密度を 有することから、磁性が発生してエネル ギー安定化が生じる。
Nbも相応の大きさの状態密度がある ため、Stoner条件を満たす可能性もあ るが、実際にはU_{eff}が充分に大きく無い と考えられる。

3d遷移金属における金属強磁性の発生

- 3d遷移金属における電子状態の特徴は,
 - 単一原子にある複数のスピンが整列するフント結合
 - フント則は縮退軌道系の軌道角運動量Lとスピン角運動量Sが
 - 可能な 最大の S をとりかつ
 - そのSが現れる中で可能な最大のLが現れることを結論する.
 - d-軌道は次の性質を一般にもっている.
 - 原子核近傍によく局在する.
 - それは,狭い dバンド を形成する.

以下のような磁気モーメントを発生する強磁性状態は、遍歴電子描像 (an itinerant electron picture)によって記述されるべきである。

Element	T _c /K	Μ/μ _Β	Configuration	
Fe	1043	2.219	3d ⁶	
Со	1404	1.715	3d ⁷	
Ni	630	0.604	3d ⁸	

GGA計算の応用例

ディラックコーンでのギャップ開閉を伴うスピンバルブの設計例

Y. Wicaksono, et al. CARBON 143, 828 (2019).

構造再現: PBEsolによりNi/grapheneの実験値を再現。 スピン構造の再現: 反平行磁化配置が最安定との実験を再現。

デバイスを与える物質構造

提案されたスピン・バルブ

磁化	АР	የተ	P↓	
个電子	DC gap	Gapless Major	Gapless Minor	
↓電子	DC gap	Gapless Minor	Gapless Major	

AP(反平行磁化配置) ⇒ スピン依存ポテンシャルにカイラル対称性破れ

⇒ ディラックコーンにギャップ

P(平行磁化配置)

- ⇒ スピン依存ポテンシャルはカイラル対称、ストーナーギャップ
- ⇒ ディラックコーンはギャップレス、スピン依存(フィルター効果)

多機能デバイスの設計

原子層物質+磁性体(整合界面)

- 新しい物質群、デバイス構造
- スピンエレクトロニクス素子
 - 交差相関効果

mdpi.com/journal/magnetochemistry ISSN 2312-7481

MgCu₂型ラーベス相物質のLSDA計算

$MgCu_2$ type							
		Cu-site					
		Fe Co			Ni		
Mg-site	\mathbf{Sc}			meta	meta	para	para
	Y	ferro	ferro	meta	meta	para	para
	Ti			para	para		
	Zr	ferro	ferro	para	para		

left side:exprimental result. right side:result of calculation ferro= ferromagnet, para=paramagnet, meta= metamagnet

これら表中の物質ではLSDAの結果が実験を定性的に説明できている. その一方で、

GGA 計算は YCo₂を強磁性であると結論する.

この結果は Fe においてむしろGGAが磁性を再現する一方で、LSDAが全く機能しないという結果と対照的である.

近似汎関数による平均場近似手法の限界を示唆している.

二重交換相互作用

<u>ハーフメタル強磁性体CrAsの予測</u>

By M. Shirai, et al.

閃亜鉛鉱型CrAs

Energy [eV]

↑電子の密度が全体として多い ⇒ 強磁性体(かつ↓電子の 状態密度にギャップがあるため ハーフメタルになっている.)

閃亜鉛鉱型CrAsの電子状態

二重交換機構の解釈

磁気モーメントが発生したバンド強磁性状態自身は、KS-DFT計算である程度 予測できるものと考えられている。但し、競合する非磁性(または低スピン)状態 が充分正しく再現されている保証は必ずしもないことに注意すべきである。

s-d 交換模型:磁性不純物問題

金属中の磁性不純物:

磁性不純物は伝導電子の磁気偏 極を誘起する。その結果、有効磁 場が生まれ、磁性原子同志に有 効磁気相互作用が発生する。 ・局在スピンモーメント Sと伝導電子のスピンモーメント sの間に働く有効相互作用

$$\hat{H}_{eff} = -2J\delta(\mathbf{r})\mathbf{S}\cdot\mathbf{s}$$

磁気モーメント S が作る有効磁場の表式 (古典的なスピンであると仮定して得ている。)

$$\mathbf{H}_{eff} = -\frac{2J\delta(\mathbf{r})}{g\mu_B}\mathbf{S} = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{\mathbf{q}}\mathbf{H}_{\mathbf{q}}\exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r})$$
$$\delta(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{V}}\sum_{\mathbf{q}}\exp(i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}), \qquad \mathbf{H}_{\mathbf{q}} = -\frac{2J}{g\mu_B}\mathbf{S}$$

RKKY相互作用

導出の結果、2つの磁性スピン間に働く間接交換相互作用を表現する演算子は、

$$H_{eff} = \frac{\hbar^2 V D_F J^2}{4\pi^2} I(r) \hat{\mathbf{S}}_{imp1} \cdot \hat{\mathbf{S}}_{imp2}$$

: Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida相互作用

- 1. 磁性スピン間の距離r
- 2. フェルミ波数k_F

によって、

- ・ 強磁性的にも、
- 反強磁性的にもなる。

強相関効果の典型例:近藤効果

この強相関効果を初期原子配置から電子状態決定・原子配置再決定により確定しよう!

Ce_xLa_{1-x}B₆ (0<x<0.2): 正準近藤系

配位子効果·相対論効果

- 従来の希薄領域 (0<x<0.2) でも配位子効果 (バンド効果) により必ずしも "j-j coupling scheme" (Γ₈が基底状態の4重縮退を与える) が適切と言えない混成した4f準位となっている.
- むしろL-S結合によるより小さい分裂は非相対論的評価による6重縮退準位を (4+2)重に分裂させていると理解することができる。

MR-DFTによるモデル化

x=0.125

交換散乱の評価例 交換散乱のファインマン図形 $\left(J_{eff-cf}\right)_{c_{j}f_{i}} = \begin{pmatrix} 4.1 & 5.1 \\ 3.7 & 5.5 \\ 6.0 & 3.2 \end{pmatrix}_{i=3}^{i=1} \times 10^{-4} [eV]$ Ce 4f₁ $\wedge \rightarrow$ \bigvee Ce 4f₁ VB CB \wedge Ce 4f₂ Ce 4f₂ \checkmark i=1 i=2Ce 4f ↓ Ce 4f VB 反強磁性的相互作用 CB ⇒ 近藤遮蔽 $MB @ E_{E}$ \bigwedge MB @ $E_{\rm F}$

『超過程』を含むアップコンバージョンハミルトニアン

$$\left(\hat{H}_{1,i} + \hat{H}_{2}^{A_{i} \to A_{i}} - \hat{H}_{2}^{A_{i}^{c} \to A_{i}} P_{B} \frac{1}{\hat{H}_{1,i} + \hat{H}_{2}^{A_{i} \to A_{i}} + \hat{H}_{2}^{A_{i} \to A_{i}^{c}} - E} P_{B} \hat{H}_{2}^{A_{i} \to A_{i}^{c}} \right) |\Psi_{i}\rangle = E |\Psi_{i}\rangle,$$

$$H_{1,i} = \hat{T} + \hat{V} = -\frac{\hbar^{2}}{2m} \int d^{3}r \lim_{r' \to r} \hat{\psi}^{\dagger}(\mathbf{r}') \Delta_{\mathbf{r}} \hat{\psi}(\mathbf{r}) + \int d^{3}r \overline{v}_{eff}(\mathbf{r}) \hat{n}(\mathbf{r}) + \frac{\delta}{\delta \langle \Psi |} E_{g_{i}}[\Psi],$$

$$\overline{v}_{eff}(\mathbf{r}) = \frac{\delta}{\delta n(\mathbf{r})} \left\{ \frac{e^{2}}{2} \int d^{3}r d^{3}r' \frac{n(\mathbf{r})n(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} + E_{\varepsilon_{i}}[n] + \int d^{3}r v_{ext}(\mathbf{r})n(\mathbf{r}) \right\}.$$

有効遮蔽相互作用の一般論

近藤遮蔽を発生する模型

近藤模型

$$\begin{split} H_{Kondo} &= H_{0} + H_{J} + H_{c}, \\ H_{0} &= \sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \varepsilon_{0} c_{0\sigma}^{\dagger} c_{0\sigma} + U \hat{n}_{0\uparrow} \hat{n}_{0\downarrow}, \\ H_{J} &= \sum_{k} J_{k} \left(c_{0\sigma}^{\dagger} \vec{\sigma}_{\sigma\sigma'} c_{0\sigma'} \right) \cdot \left(c_{k\tau}^{\dagger} \vec{\sigma}_{\tau\tau'} c_{k\tau} \right) \\ H_{c} &= \sum_{k,\sigma} \varepsilon_{k} c_{k\sigma}^{\dagger} c_{k\sigma}. \\ \mathbf{F} \mathbf{A} \mathbf{m} \mathbf{m} \mathbf{\mathcal{T}} \\ H_{0} &= \sum_{a=1,2} \left[\sum_{\sigma=\uparrow,\downarrow} \varepsilon_{a} c_{a\sigma}^{\dagger} c_{a\sigma} + U_{a} \hat{n}_{a\uparrow} \hat{n}_{a\downarrow} \right], \\ H_{hyb} &= \sum_{\alpha=1,2} \sum_{k,\sigma} V_{k,\alpha} \left(c_{\alpha\sigma}^{\dagger} c_{k\sigma} + H.c. \right), \\ H_{c} &= \sum_{k,\sigma} \varepsilon_{k} c_{k\sigma}^{\dagger} c_{k\sigma}. \end{split}$$

これらの有効模型を、多スレータ積を用いる、 「多配置参照型電流密度汎関数理論」 によって与えることが出来る。

DMFT algorithm

Cf: Georges, et al., RMP 68, 13 (1996). Kotliar, et al., RMP 78, 865 (2006).

DMFT: Dynamical mean field theory (動的平均場近似)

動的平均場近似 ⇒ 不純物アンダーソン模型に言い換えて解く!

DOS of d=∞ Hubbard model at the half filling

Phase diagram of d=∞ Hubbard model at h.f.

3次元強相関物質でも類似の現象が現れると考えられている.

強磁性体

永久磁石設計の戦略

安定磁気モーメントM: 強い局所電子相関で開殻系を作る(相関・元素戦略) 強い結晶磁気異方性: 異方的電場勾配を作る結晶電場中にMをおく(物質設計) 強い交換相互作用場: 超交換過程発生させる環境物質場を作る(量子場設計)